Modélisation mathématique “mécaniste”: une illustration sur la dynamique d'un insecte ravageur *H. armigera*

V. Lemesle[1], L. Mailleret[2] et M. Vaissayre[1]

(1) UR SCA – CIRAD Montpellier
(2) URIH – INRA Sophia Antipolis

RMT Modélisation pour la protection intégrée des cultures
Paris – 29 septembre 2009

Contexte Général

- Contexte de mes recherches: Agroécologie "théorique"
  - Systèmes réels très complexes
  - Connaissance qualitative des phénomènes
  - Mesures sur le terrain souvent difficiles

- Nécessité de prédire le comportement pour aider à la décision
  - Hypothèses biologiques ⇔ Schématisation de la réalité

  ↪ Modélisation "mécaniste"

  ↪ Systèmes dynamiques minimaux

  ↪ Étude mathématique & Simulations

  - Données ⇔ Validation qualitative OU quantitative

  ↪ Remise en cause OU explication des hypothèses biologiques

Contexte Général

- Contexte de mes recherches: Agroécologie "théorique"
  - Systèmes réels très complexes
  - Connaissance qualitative des phénomènes
  - Mesures sur le terrain souvent difficiles

- Nécessité de prédire le comportement pour aider à la décision
  - Hypothèses biologiques $\Leftrightarrow$ Schématisation de la réalité

  $\hookrightarrow$ Modélisation "mécaniste"

  $\hookrightarrow$ Systèmes dynamiques minimaux

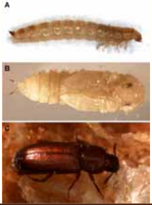
  $\hookrightarrow$ Étude mathématique & Simulations

  - Données $\Leftrightarrow$ Validation qualitative OU quantitative

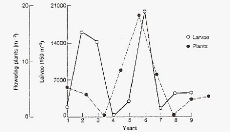
  $\hookrightarrow$ Remise en cause OU explication des hypothèses biologiques

Illustration en dynamique des populations

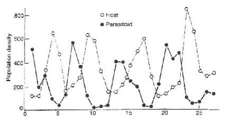


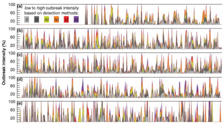
- Dynamiques observées expérimentalement



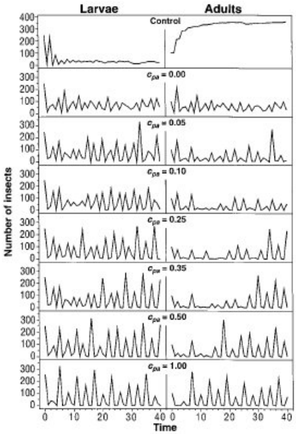
Crawley, 83



Utida, 57



Buntgen et al, 09



Constantino et al, 97

Les modèles classiques

Deux types de formalismes pour décrire les dynamiques de pops:

- En temps discret: équations aux différences

$$N_{t_{k+1}} = exp(r(1 - \frac{N_{t_k}}{K}))$$

- En temps continu: équations diff. ordinaires

$$\dot{N} = aN(1 - \frac{N}{K})$$

- K capacité limite du milieu

↪ Analyse mathématique

↪ Dynamiques **plus ou moins** complexes

Les modèles classiques

Limitation de la croissance de la population **par la ressource**

- En temps discret: Ricker *(1950)*

$$N_{t_{k+1}} = exp(r(1 - \frac{N_{t_k}}{K}))$$

- En temps continu: Verhulst *(1840)*

$$\dot{N} = aN(1 - \frac{N}{K})$$

- K capacité limite du milieu

$\hookrightarrow$ Analyse mathématique

$\hookrightarrow$ Dynamiques **plus ou moins** complexes

Les modèles classiques

Dynamiques inter-communautés type proies/prédateurs:

- En temps discret: Nicholson-Bailey *(1930)*

$$\begin{cases} H_{t_{k+1}} = rH_{t_k} exp(-aP_{t_k}) \text{ Hôtes} \\ P_{t_{k+1}} = H_{t_k}(1 - exp(-aP_{t_k})) \text{ Parasitoïdes} \end{cases}$$

- En temps continu: Lotka-Volterra *(1925)*

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy \text{ Proies} \\ \dot{y} = cxy - my \text{ Prédateurs} \end{cases}$$

$\hookrightarrow$ Analyse mathématique

$\hookrightarrow$ Existence de **comportements oscillatoires**

Des modèles moins classiques

- Modèles "semi-discrets" (Pachepsky, Nisbet, Murdoch 2008)

↪ Permet de prendre en compte des phénomèmes qui peuvent être soit **discrets** soit **continus**

  - **discrets**: processus saisonniers/récoltes/synchronisation démographique des populations
  - **continus**: processus de croissance/évolution des populations

↪ Représentation mathématique

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x(t)) & t \in (\tau_k, \tau_{k+1}) \quad : \text{ partie continue} \\ x(\tau_k^+) = F(x(\tau_k)) & \quad : \text{ partie discrète} \end{cases}$$

Le ravageur majeur: *Helicoverpa armigera*

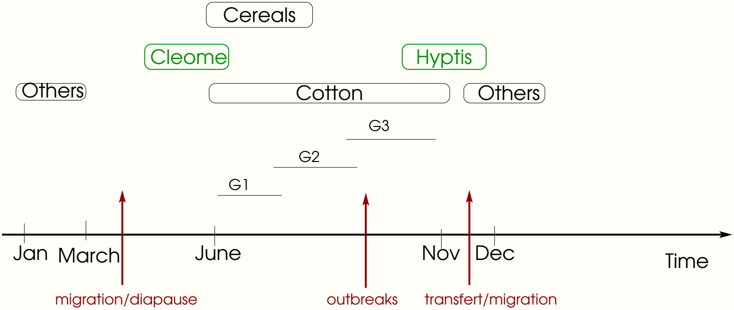
- Ravageur des cultures (maïs, tomates, coton..)
  - $\hookrightarrow$ Polyphage & Capacité à coloniser $\neq$ milieux
  - $\hookrightarrow$ Présent dans de nombreux continents
- Ennemis naturels
  - prédateurs et parasitoïdes, virus, bactéries, champignons des larves et des chrysalides
- Méthodes de lutte:
  - Insecticides (pyréthrinoïdes, organophosphates..)
  - $\hookrightarrow$ Apparition de **résistance**
  - Lutte biologique $\Leftrightarrow$ Maintien des ennemis naturels?
  - Cultures transgéniques (Coton Bt notamment)
  - $\hookrightarrow$ Dynamique de la **résistance**?

Le système de culture

- Les successions culturales (écosystèmes de savanes à périodicité annuelle)

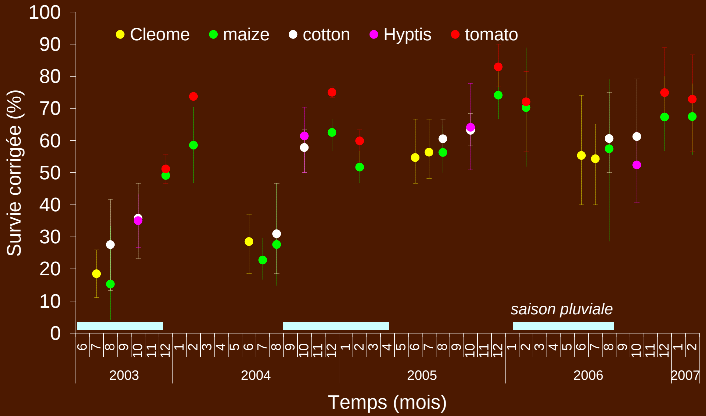
↪ Coton: culture de rente

↪ Autres cultures: maraichères (tomates), maïs..



Données : marqueurs de résistance

(Brévault et al, Bulletin of Entomological Research, 2008)

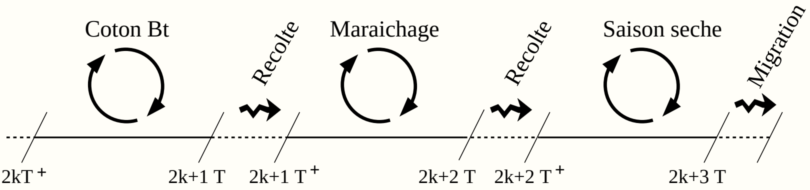


Le modèle Coton Bt

- Sur une année: 3 périodes de temps T de 4 mois

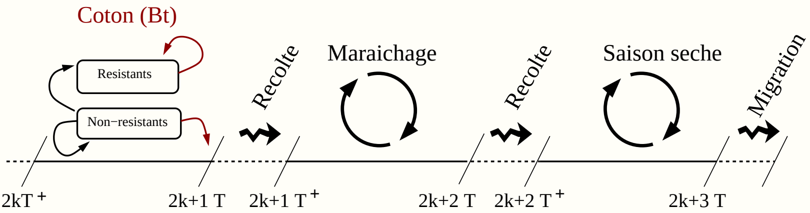
$\hookrightarrow$ Successions des cultures

- Deux types de populations: résistants m & non-résistants x



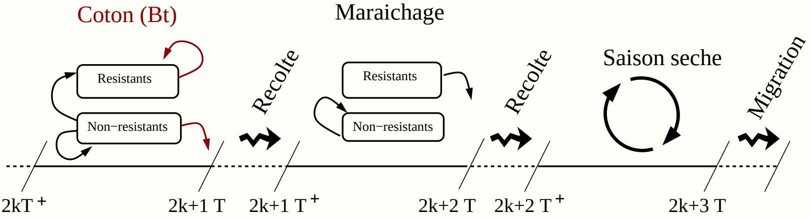
Le modèle Coton Bt

- Deux types de populations: résistants m & non-résistants x
- Sur Coton Bt:
  - Croissance de m /Mortalité de x dépendant du % de Bt
  - "Production" de m venant de x
  - Croissance de x



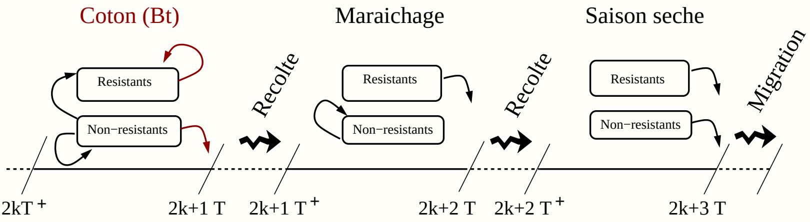
Le modèle Coton Bt

- Deux types de populations: résistants m & non-résistants x
- Sur Maraîchage (Non Bt donc plus de résistance)
  - Mortalité de m / Croissance de x



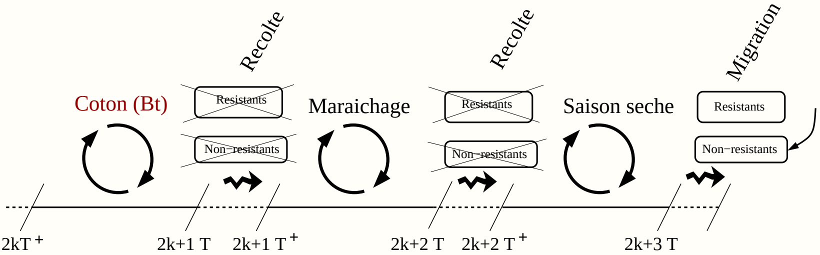
Le modèle Coton Bt

- Deux types de populations: résistants m & non-résistants x
- Sur Saison Sèche (Pas de cultures)
  - Mortalité de m & x



Le modèle Coton Bt

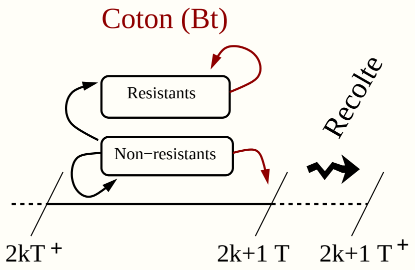
- Deux types de populations: résistants m & non-résistants x
- Entre ces périodes
  - Perte d'une proportion de m & x pendant les Récoltes
  - Ajout d'une quantité i_x de non-résistants x



Les équations

- Sur Coton Bt $t \in (2kT, (2k+1)T)$:
  - ρ: Pourcentage de Bt sur la parcelle
  - E: Taux de production de résistants m
  - $R_2\rho$: Taux de croissance des résistants m
  - $L(1-\rho)$: Taux de croissance des non-résistants x
  - $R_1\rho$: Taux de mortalité des non-résistants x

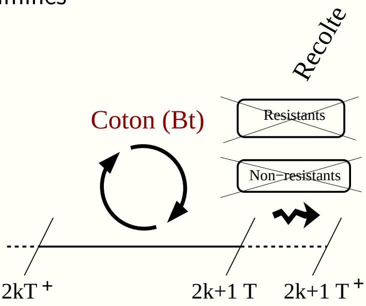
$$\begin{cases} \dot{m} = Ex + R_2\rho m \\ \dot{x} = L(1-\rho)x - R_1\rho x \\ \\ m(T^+) = (1-p_1)m(T) \\ x(T^+) = (1-p_1)x(T) \end{cases}$$



Les équations

- Sur Coton Bt $t \in (2kT, (2k+1)T)$:
  - ρ: Pourcentage de Bt sur la parcelle
  - E: Taux de production de résistants m
  - $R_2\rho$: Taux de croissance des résistants m
  - $L(1-\rho)$: Taux de croissance des non-résistants x
  - $R_1\rho$: Taux de mortalité des non-résistants x
- Au moment de la récolte $t = (2k+1)T^+$
  - p_1: Pourcentage d'insectes éliminés

$$\begin{cases} \dot{m} = Ex + R_2\rho m \\ \dot{x} = L(1-\rho)x - R_1\rho x \\ \\ m(T^+) = (1-p_1)m(T) \\ x(T^+) = (1-p_1)x(T) \end{cases}$$



Le modèle complet

$$
\begin{cases}
\dot{m} = Ex + R_2\rho m & t \in (2kT, (2k+1)T) \\
\dot{x} = L(1-\rho)x - R_1\rho x & \\
m(T^+) = (1-p_1)m(T) & t = (2k+1)T^+ \\
x(T^+) = (1-p_1)x(T) & \\
 & \\
\dot{m} = -\beta m & t \in ((2k+1)T, (2k+2)T) \\
\dot{x} = rx & \\
m(T^+) = (1-p_2)m(T) & t = (2k+2)T^+ \\
x(T^+) = (1-p_2)x(T) & \\
 & \\
\dot{m} = -\gamma_1 m & t \in ((2k+2)T, (2k+3)T) \\
\dot{x} = -\gamma_2 x & \\
m(T^+) = m(T) & t = 2(k+3)T^+ \\
x(T^+) = x(T) + i_x &
\end{cases}
$$

Hyps & Proposition (Modèle Coton Bt)

- **Hypothèses de stabilité (H)**
  - $L + \gamma_2 - r > 0$

  $\hookrightarrow$ **Sens biologique**: Les non-résistants ne peuvent pas exploser
  - Condition nécessaire & suffisante:

$$\frac{L + \gamma_2 - r}{L + R_1} + \frac{\ln(1-p_1)(1-p_2)}{R_1 T} < \rho < \frac{\beta + \gamma_1}{R_2} - \frac{\ln(1-p_1)(1-p_2)}{R_2 T}$$

Proposition

Dans $\mathbb{R}_+^2$, sous les hypothèses (H), il existe une unique trajectoire périodique stable pour le système précédent. Pour $i_x = 0$, l'équilibre $(0,0)$ est unique et stable.

- **Critère de dominance des résistants**

$$\frac{\beta + \gamma_1}{R_2} < \rho < \frac{\beta + \gamma_1}{R_2} - \frac{\ln(1-p_1)(1-p_2)}{R_2 T}$$

$\hookrightarrow$ $1 > \rho$ par définition

Modèle Coton Bt

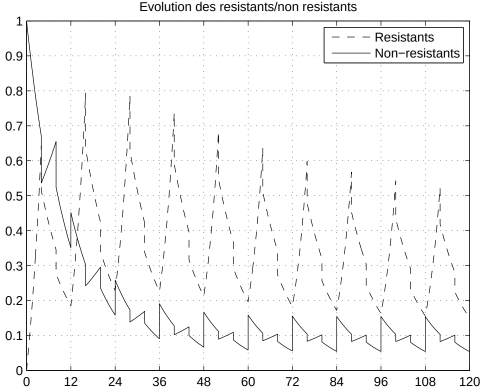
- **Convergence:** $0.1 < \rho < 0.7$
- **Dominance** : $0.3 < \rho < 0.6$

$\Leftrightarrow$ Entre 30% et 60% de GM

$\hookrightarrow$ **Actuellement** 80% est GM

- **Simulations sur 10 ans**

$\hookrightarrow$ $\rho = 0.5 \Leftrightarrow$ 50% OGM



Modèle Coton Bt

- L’identification des paramètres est **en cours** (**Collab.**: T. Brévault, UR SCA CIRAD Montpellier)
- **Premières conclusions**
  - Migration **essentielle** au maintien des pops
  - 20% de zone refuge **insuffisant** pour maintenir le niveau de résistance à un niveau acceptable (< 0.001)
  - Résistance devient acceptable pour **40-50%** de zone refuge

$\hookrightarrow$ **Attention!**

Merci de votre attention!